

# **MA1201 MATEMATIKA 2A**

**Hendra Gunawan**

Semester II, 2016/2017

25 Januari 2017

# Kuliah yang Lalu

## 7.3 Integral Trigonometrik

Menghitung beberapa integral trigonometrik

## 7.4 Teknik Substitusi yang Merasionalkan

Menghitung integral dengan teknik substitusi yang merasionalkan

# Sasaran Kuliah Hari Ini

## 7.5 Integral Fungsi Rasional

Menghitung **integral fungsi rasional** dengan menggunakan pecahan parsial

## 7.6 Strategi Pengintegralan

Memiliki **strategi** apa yang harus dilakukan bila dihadapkan pada suatu bentuk integral

MA1201 MATEMATIKA 2A

## **7.5 INTEGRAL FUNGSI RASIONAL**

Menghitung **integral fungsi rasional** dengan menggunakan pecahan parsial

# Menghitung Integral Fungsi Rasional

**Fungsi rasional** adalah hasil bagi dua fungsi polinom. Secara umum, fungsi rasional dapat dituliskan sebagai

$$f(x) = P(x) + \frac{R(x)}{Q(x)},$$

dengan P, Q dan R polinom, dan derajat R < derajat Q.

Integral dari  $P(x)$  dapat diperoleh dengan mudah. Karena itu, untuk menghitung integral dari  $f(x)$ , kita perlu mengetahui bagaimana menghitung integral dari  $R(x)/Q(x)$ .

# Contoh/Latihan

1. Tentukan  $\int \frac{x+1}{x^2+1} dx$

Jawab:

$$\begin{aligned}\int \frac{x+1}{x^2+1} dx &= \int \frac{x}{x^2+1} dx + \int \frac{1}{x^2+1} dx \\ &= \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + \tan^{-1} x + C.\end{aligned}$$

2. Tentukan  $\int \frac{x^2 + x + 1}{x(x^2 + 1)} dx$

Jawab:

# Dekomposisi atas Faktor Linear

3. Misalkan kita hendak menghitung  $\int \frac{1}{x^2-1} dx$ .

Perhatikan bahwa

$$\frac{1}{x^2-1} = \frac{1}{(x-1)(x+1)} = \frac{\frac{1}{2}}{x-1} - \frac{\frac{1}{2}}{x+1}.$$

Jadi

$$\begin{aligned}\int \frac{1}{x^2-1} dx &= \frac{1}{2} \int \frac{1}{x-1} dx - \frac{1}{2} \int \frac{1}{x+1} dx \\ &= \frac{1}{2} \ln |x-1| - \frac{1}{2} \ln |x+1| + C.\end{aligned}$$

4. Tentukan  $\int \frac{1}{x(x+1)} dx$

Petunjuk: Tuliskan  $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$  dan carilah nilai  $A$  dan  $B$  yang memenuhinya.

5. Tentukan  $\int \frac{2x-2}{x(x+1)(x+2)} dx$

Jawab:

6. Tentukan  $\int \frac{1}{x(x^2+1)} dx$

Petunjuk: Tuliskan  $\frac{1}{x(x^2+1)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$  dan carilah nilai  $A$ ,  $B$  dan  $C$  yang memenuhinya.

7. Tentukan  $\int \frac{1}{x(x^2 + 2x + 5)} dx$

Jawab:

8. Tentukan  $\int \frac{1}{x^2(x+1)} dx$

Petunjuk: Tuliskan

$$\frac{1}{x^2(x+1)} = \frac{Ax+B}{x^2} + \frac{C}{x+1} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+1}$$

carilah nilai  $A$ ,  $B$  dan  $C$  yang memenuhinya.

9. Tentukan  $\int \frac{1}{x^3 - 1} dx$

Petunjuk: Faktorkan dahulu  $x^3 - 1$ .

# Persamaan Diferensial Logistik

Pada Semester I, kita membahas persamaan diferensial  $y' = ky$  yang terkait dgn pertumbuhan suatu populasi  $y = y(t)$ . Di sini kita mengasumsikan bahwa ruang tidak terbatas, sehingga populasi dapat bertumbuh terus (tak terbatas). Bila ruang terbatas, maka ada kapasitas maksimum  $L$ , dan persamaan diferensialnya menjadi  $y' = ky(L - y)$ , yang dikenal sebagai **persamaan diferensial logistik**.

10. Suatu populasi bertumbuh sesuai dgn persamaan logistik  $y' = 0.01y(250 - y)$ . Populasi awal diketahui 100. Tentukan populasi pada saat  $t = 5$ .

Jawab:

MA1201 MATEMATIKA 2A

## **7.6 STRATEGI PENGINTEGRALAN**

Memiliki **strategi** apa yang harus dilakukan bila dihadapkan pada suatu bentuk integral

Berbeda dengan turunan, tidak ada aturan pengintegralan yang berlaku secara umum.

Bila kita dihadapkan pada suatu bentuk integral tak tentu maka yang dapat kita lakukan adalah:

0. Bila mungkin, sederhanakan dulu bentuk integrannya.
1. Coba hitung integral tsb dgn **teknik substitusi**, bila ada substitusi yg dpt mengubah integral tsb ke salah satu bentuk baku yang kita kenal.
2. Bila teknik substitusi gagal, coba hitung integral tsb dengan **pengintegralan parsial**.
3. Bila integral mengandung bentuk akar, coba **substitusi yang merasionalkan**.
4. Jika integrannya merupakan fungsi rasional, hitunglah integralnya dengan **mendekomposisi integrannya atas faktor-faktor linear dan/atau kuadratiknya**.

# Contoh/Latihan

1. Tentukan  $\int xe^{2x} dx$

Jawab:

2. Tentukan  $\int \frac{\ln x}{x} dx$

Jawab:

3. Tentukan  $\int x\sqrt{x+2} dx$

Jawab:

4. Tentukan  $\int \frac{\sin 2x}{\cos^2 x} dx$

Jawab:

5. Tentukan  $\int \frac{dx}{9-16x^2}$

Jawab:

6. Tentukan  $\int \frac{x}{9x^4 - 4} dx$

Jawab: