

1. PARADOKS ZENO: ACHILLES DAN KURA-KURA

Pada suatu waktu, Achilles (petarung fiktif Yunani Kuno) berlomba lari dengan seekor kura-kura. Karena kura-kura jauuuuh lebih lambat dari Achilles, ia memulai berlari 1 km di depan Achilles dan menggunakan sepatu roda (yang dirancang khusus untuknya, katakanlah begitu), dan Achilles berlari santai dengan kecepatan 2 kali kecepatan sang kura-kura. Siapa yang akan menang dalam lomba lari ini? Achilles kah? *Hmmm...*, menurut **Zeno** (450 SM), yang membuat cerita di atas, Achilles takkan pernah bisa menyalip sang kura-kura. Karena itu, kura-kura lah yang menang. *Loh, kok bisa?*

Begini argumen Zeno: ketika Achilles telah berlari sejauh 1 km, ia sampai di posisi awal sang kura-kura. Pada saat itu, sang kura-kura telah berlari sejauh $\frac{1}{2}$ km, dan karena itu sang kura-kura berada $\frac{1}{2}$ km di depan Achilles. Kemudian, ketika Achilles telah berlari sejauh $1 + \frac{1}{2}$ km, sang kura-kura berada $\frac{1}{4}$ km di depannya. Berikutnya, pada saat Achilles menempuh $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ km, sang kura-kura berada $\frac{1}{8}$ km di depannya. Demikian seterusnya, ketika Achilles telah berlari sejauh $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n}$ km, sang kura-kura berada $\frac{1}{2^{n+1}}$ km di depannya. Karena itu, menurut

Zeno, Achilles takkan pernah berhasil menyusul sang kura-kura.

Kisah di atas dikenal sebagai *paradoks Zeno*. Apa yang hendak disampaikan oleh Zeno melalui paradoks ini adalah bahwa ia menolak konsep **ketakterhinggaan**. Bagi Zeno, *deret* $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n}$ takkan pernah sama dengan 2, karena berapa pun n jumlah deret ini akan lebih kecil daripada 2.

Pada masa itu, tahun 450 SM, konsep *limit* belum dikenal, demikian pula dengan *deret tak terhingga*. Bagi kita yang mengenal konsep limit, jumlah deret di atas 'pada akhirnya' sama dengan 2. Dengan kecepatan 2 kali kecepatan sang kura-kura, Achilles akan mulai menyalip sang kura-kura ketika ia telah berlari sejauh 2 km, dan ini akan terjadi dalam waktu yang terhingga (yakni $2/v$ jam, dengan v menyatakan kecepatan lari Achilles, dalam km/jam).

Zeno tahu bahwa Achilles seharusnya menyalip sang kura-kura ketika ia telah menempuh jarak 2 km, tetapi ia tidak melihat bagaimana

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$$

bisa sama dengan 2, karena ketakterhinggaan tidak ada dalam kamusnya. Sebagaimana kita ketahui, konsep limit baru ditemukan dua ribu tahun kemudian! ***